

金融工学を用いた LNG 価格フォーミュラの市場価値評価

Market Valuation of LNG Price Formulas

河本 薫*・津崎 賢治*
Kaoru Kawamoto Kenji Tsuzaki

Japanese importing LNG is pegged to crude oil price by formulas, whose structures are S-curves. S-curve is a broken line whose slope is gentler in low and high price zones than that in middle price zone. While there is a lot of flexibility in S-curves, it is difficult to decide which LNG price formula is most inexpensive among alternatives, because it depends on fluctuating oil prices. In this paper, we defined the market price of financial swap contract whose index is LNG price defined by the formula as the market value of the LNG price formula. We showed the methodology of evaluating it, which is first decomposing the LNG price formula into crude oil swap portions and crude oil option portions, and then calculating market values of those oil derivative prices using market data and financial models. For case study, we assumed a LNG price formula with two-degree-of-freedom and calculated the market value of it for comprehensive sets of two free parameters. Using the results, we built a graph that classified the LNG price formulas by each formula's market value.

Keywords: LNG, Price Formula, S-curve, Option, Market Value, Financial Model

1. はじめに

わが国が輸入する LNG の購入価格は、原油価格を指標とした価格フォーミュラにより決定されている。価格フォーミュラは、従来は原油価格に比例する直線フォーミュラであったが、1990 年代以降は、低価格帯および高価格帯における傾き（原油価格に対する比例項）を標準価格帯よりも緩和した S カーブと呼ばれるフォーミュラが主流となりつつある。

Sカーブは、低価格帯において売主の収益減少リスクを低減し、高価格帯において買主のコスト増加リスクを低減する効果を持つ。同時に、価格フォーミュラの自由度は直線フォーミュラと比較して大きくなり、契約交渉において売主と合意できる選択肢は広がる。買主は、それら選択肢の中で安価なフォーミュラを志向することになる。しかしながら、LNG 価格は上述のとおり変動性の高い原油価格にリンクしており、さらに LNG 購入は一般的に長期契約であることから、予想価格を前提にした判断は不可能である。原油価格レベルによって価格フォーミュラ間の相対的な高低関係は逆転する場合には、買主にとって価格フォーミュラ間の相対比較（何れの方が安い）は難しい。

一方、原油価格については先物やオプションはじめとするデリバティブ商品が活発に取引されている。これら商品を活用することで、原油価格にリンクする将来の不確実なキャッシュフローを現時点で確定することができる。

本研究では、LNG購入キャッシュフローも原油価格にリ

ンクすることに着眼し、LNG価格フォーミュラに従う将来のLNG購入価格を原油デリバティブの活用により現時点で確定できることから、その確定価格を当該フォーミュラの市場価値として定義する。そして、LNG価格フォーミュラを原油デリバティブ群に分解することでその市場価値を評価する手法を示す。実際に市場価値を算定する場合には原油デリバティブの市場取引価格を入手する必要があるが、デリバティブの一つである原油オプションについては1年先以遠の市場取引が殆どないことから、金融工学にもとづく原油オプション価格推定方法を示す。最後に、これら手法に基づきLNG価格フォーミュラの市場価値を試算し、試算結果をもとに「等価線図」を描くことでフォーミュラ間の価値を定量的に比較できることを示す。

2. LNG 価格フォーミュラ市場価値の定義と原油デリバティブへの分解

2.1 LNG価格フォーミュラのモデル化

LNG 価格フォーミュラは、原油価格を引数とする価格関数である。インドネシア産を除く LNG については JCC 価格（日本輸入原油価格の平均 CIF 価格）を、インドネシア産 LNG については ICP 価格（インドネシア産の公式原油販売価格）を引数とする。関数形状は、従来は原油価格に比例する直線型であったが、1990 年代以降は S カーブと呼ばれるフォーミュラが主流となりつつある。LNG 価格フォーミュラについては文献 1) を参照されたい。

本研究においては、簡易化のため、原油の油種は区別せずに単一油種とみなす。また、実際は数ヶ月前の原油価格

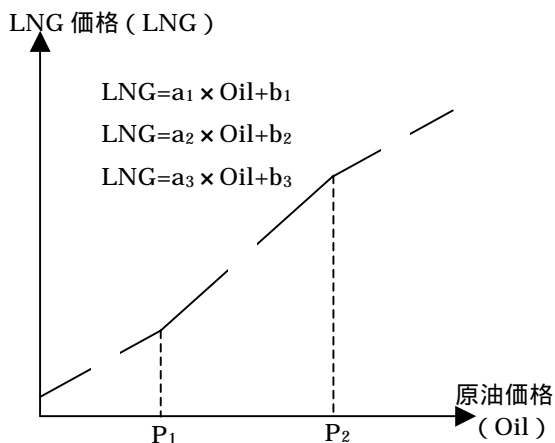


図1 . LNG 価格フォーミュラのモデル化 (概念図)

を引数とするが、簡易化のために当月の原油価格を引数と仮定する。さらに、Sカーブの屈曲点は2箇所と仮定する。これらの簡略化により、LNG価格フォーミュラを図1のとおりモデル化できる。P₁を標準下限価格、P₂を標準上限価格と呼ぶことにする。また、a₁を低価格帯傾き、a₂を標準価格帯傾き、a₃を高価格帯傾きと呼ぶことにする。なお、図1は価格フォーミュラ概念図であり、実際の契約におけるフォーミュラを示すものではない。

2.2 LNG 価格フォーミュラ市場価値の定義

本研究においては、「LNG 価格フォーミュラ市場価値」を、その価格フォーミュラに従う LNG 価格を指標としたスワップ価格(以下、LNG スワップ価格と呼ぶ)と定義する。スワップ取引とは、将来のある時点において変動する指標価格と事前に決められた固定価格を交換する金融取引であり、スワップ価格とはその固定価格を指す。変動価格と固定価格の交換は、1回だけの場合もあれば、所定期間中に継続的に繰り返す場合もある。例えば、3年間に渡って毎月交換する場合には、スワップの買い手は36ヶ月に渡って毎月同じ価格を支払い、その代わりに毎月変動する指標価格を受取る。3年契約の LNG 価格フォーミュラの市場価値とは、その価格フォーミュラに従う LNG 価格を指標として3年間スワップ取引する場合の固定価格である。

2.3 LNG スワップの原油デリバティブへの分解

図1に示した LNG 価格フォーミュラは、図2のように分解できる。これを数式で表現すると式(1)になる。式(1)において第二項と第三項は各々プットオプションとコールオプションのキャッシュフローと同義であることに着眼し、また、オプション価格は現在価値として定義されることを考慮すれば、LNG スワップ価格は式(2)に示すとおり原油デリバティブに分解できる。長期間の LNG スワップ価格についても式(3)のように分解できる。式(3)のうち第一項は原油スワップ価格であり7年先まではNYMEX先物価格などから直接算出できる。一方、第二項および第三項は

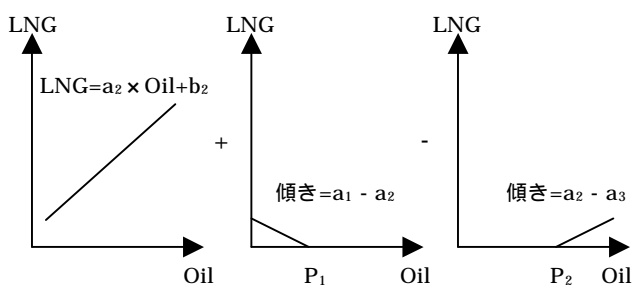


図2 . LNG 価格フォーミュラの分解

原油オプション価格であり1年先まではNYMEXオプション価格などを直接引用できるが、長期のオプション価格については金融工学を駆使したモデル計算が必要となる。そこで、次章において原油オプションの価格評価方法を示す。

$$LNG_t = a_2 \times Oil_t + b_2 + (a_2 - a_1) \times \max[P_1 - Oil_t, 0] - (a_2 - a_3) \times \max[Oil_t - P_2, 0] \quad \text{---- (1)}$$

$$\frac{1}{e^{rt}} \times F[LNG_t] = \frac{1}{e^{rt}} \times (a_2 \times F[Oil_t] + b_2) + (a_2 - a_1) \times Put[Oil_t, P_1] - (a_2 - a_3) \times Call[Oil_t, P_2] \quad \text{---- (2)}$$

$$\sum_{t=S}^T \left(\frac{1}{e^{rt}} \right) \times F[LNG_t^T] = \sum_{t=S}^T \left(\frac{1}{e^{rt}} \right) \times (a_2 \times F[Oil_t] + b_2) + (a_2 - a_1) \times \sum_{t=S}^T Put[Oil_t, P_1] - (a_2 - a_3) \times \sum_{t=S}^T Call[Oil_t, P_2] \quad \text{---- (3)}$$

LNG_t : t時点におけるLNG価格
 Oil_t : t時点における原油価格
 F[X_t] : X_tを指標とするスワップ価格
 F[X_S^T] : Xを指標とする開始時点S終了時点Tのスワップ価格
 Put[X_t, P] : X_tを指標とする行使価格Pのコールオプション価格
 Call[X_t, P] : X_tを指標とする行使価格Pのプットオプション価格
 S : LNG 契約開始時点
 T : LNG 契約終了時点
 r : 無リスク金利

3 . 原油オプションの価格評価手法

3.1 リスク中立評価法

オプション価格理論は、Black&Scholes²⁾により開発されたオプション価格モデルを起点に発展を遂げた。Black&Scholesは、無リスクポートフォリオの連続的な構築に着眼し、原資産価格が幾何ブラウン運動に従う場合においてオプション価格が満たすべき偏微分方程式を無裁定理論から導出した。Cox&Ross³⁾は、Black&Scholesのオプション価格モデルがリスク選好度と独立であることに着眼し、すべての投資家はリスク中立であると仮定することでオプション価格を評価できること(リスク中立評価法と呼ぶ)を離散モデルにより例証した。偏微分方程式からオプション価格を直接導出できるのはヨーロピアンオプションなどの単純なオプションに限られているのに対し、リスク中立評価法はツリー・モデルやモンテカルロ・

シミュレーションによる計算も可能なため、複雑なオプション価格評価も可能になった。さらに、Harrison&Kreps⁴⁾はリスク中立評価法を連続モデルに理論展開し、同値マーチンゲール測度を用いた評価手法として一般化した。

現在、オプション価格評価の実務においてはリスク中立評価法が主流である。実務家は、リスク中立仮定のもとで原資産価格の確率過程モデルを選択し、流動性のある市場データからモデルパラメータを推定し、確率分布関数やツリー・モデル、モンテカルロ・シミュレーションといった手続きをとってオプションのキャッシュフロー分布を生成し、その期待値をオプション価格とする。現実の市場は連続取引が不可能であり、また、取引コストが存在するなどリスク中立評価法の適用条件を厳密には満たさないが、不特定多数の実務家に用いられており結果的に客観的な価格評価手法として有効である。

3.2 原油価格モデルとそれに従うオプション価格計算

エネルギースポット価格を直接モデル化する例としては、例えば幾何ブラウン運動に平均回帰性を加味したモデルが挙げられるが、モデルパラメータであるコンベニエンス・イールドを市場で観測できず、また、フォワードカーブが内生関数となり実際のフォワードカーブと整合性が保てない欠点がある。本欠点を補う方法として開発されたのが、フォワードカーブを外生変数とするフォワードカーブモデルである。簡易化のため、本研究においては式(4)に示す一因子フォワードカーブモデルを採用する。Clewlow⁵⁾は、満期が現時点の先渡し価格はスポット価格であることに着目し、式(4)から式(5)のスポット価格モデルを導出した。さらに、Clewlow⁵⁾は、リスク中立評価法を用いることで、スポット価格を原資産とするコールオプション価格は式(6)に示す計算式で表現できることを示した。プットオプション価格も同様に表現できる。

$$\frac{dF(t, T)}{F(t, T)} = \sigma e^{-\alpha(T-t)} dz(t) \quad \text{----- (4)}$$

$$d \log S_t = (\theta_t - \alpha \log S_t) dt + \sigma \varepsilon_t \quad \text{----- (5)}$$

$$\theta_t = \left(\frac{\partial \log F_0^t}{\partial t} + \alpha \log F_0^t + \frac{\sigma^2}{4} (1 - e^{-2\alpha}) - \frac{1}{2} \sigma^2 \right)$$

$$c(t, F_t; K, T) = P(t, T) \left(F_t N(h) - KN (h - \sqrt{w}) \right) \quad \text{----- (6)}$$

$$h = \frac{\ln(F(t, s)/K) + \frac{1}{2} w}{\sqrt{w}} \quad w = \frac{\sigma^2}{2\alpha} (1 - e^{-2\alpha(T-t)})$$

- : ボラティリティ
- : 平均回帰率
- dZ: ウィナー過程
- S_t: t時点におけるスポット価格
- F(t, T): 満期Tの先物価格
- C(t, F_t; K, T): 満期T行使価格Kのコールオプション価格
- P(t, T): Tを満期とする割引率
- N(): 標準正規分布の累積確率密度関数

3.3 モデルパラメータの推定

一因子フォワードカーブモデルのパラメータは、とである。ここでは、NYMEX市場で取引されている12ヶ月先までのアット・ザ・マネー・オプションについて、式(6)により計算される価格と市場価格の乖離を最小にするよう式(7)のとおり最小二乗法を用いてとを導出した。

およびが決まれば、式(6)を用いることで1年先以前のコールオプション価格についても計算することができる。プットオプション価格についても同様に計算できる。

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^{12th \text{ Month}} \left(\frac{C_{market,i} - C_{model,i}(\alpha, \sigma)}{C_{market,i}} \right)^2 ; \alpha, \sigma \right\} \text{----- (7)}$$

4. LNG価格フォーミュラ市場価値の試算と活用

4.1 試算ケースの設定

価格フォーミュラ交渉において標準上限価格(P₂)および高価格帯傾き(a₃)は選択できる状況を想定し、図3に示すSカーブフォーミュラについて、P₂およびa₃を段階的に変えながらその市場価値を計算した。なお、図3は、文献1)を参考に本研究のために設定した仮想フォーミュラであり、実際のフォーミュラとは異なることに留意すべきである。契約期間は5年間と仮定した。評価に用いる原油デリバティブ価格は、先物価格レベルが大きく異なる2003年8月1日の市場価格と2005年4月1日の市場価格の2ケースを想定した。各評価日の原油フォワードカーブ(NYMEX WTI先物価格を限月順にプロット)を図4に示す。

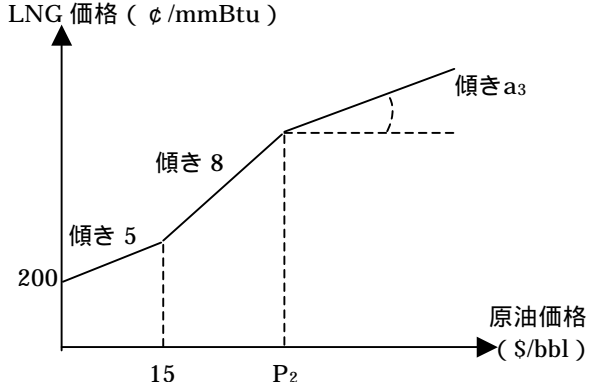


図3. 試算したLNG価格フォーミュラの想定

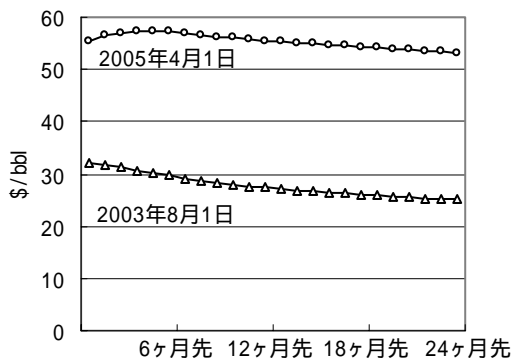


図4. 評価日における原油フォワードカーブ (NYMEX WTI)

4.2 試算結果から等価線図を構築

価格フォーミュラの相対比較(何れのフォーミュラがどの程度安い)への活用を想定し、試算結果を等価線図に纏めた。等価線図は、X軸およびY軸に標準上限価格(P_2)および高価格帯傾き(a_3)を配したグラフで、各等価線は線上の全ケース(P_2 および a_3 の組合せ)において価格フォーミュラ市場価値は一定であることを意味する。結果を図5、図6に示す。各等価線に記した数値はその等価線上にある価格フォーミュラの市場価値を表す。

図5および図6から、異なる価格フォーミュラ間の市場価値をそのときの原油市況にもとづき相対比較できる。例えば、($P_2=23$, $a_3=5$)と($P_2=28$, $a_3=2$)を比較した場合、2005年4月1日時点では後者の方が安価と判断されるが、2003年8月1日時点では前者のほうが安価と判断される。フォーミュラ間の市場価値の乖離額についても定量化できる。例えば、2005年4月1日時点では高価格帯傾き(a_3)を1変化させると市場価値は約20¢/mmBtu変化するが、2003年8月1日時点での変化量は2¢/mmBtu未満である。

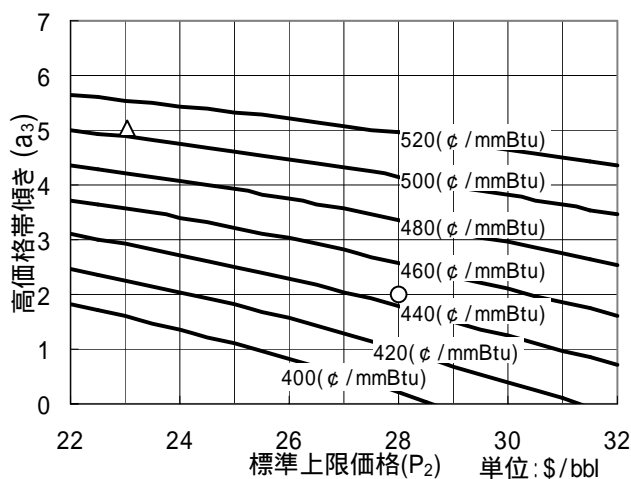


図5. 価格フォーミュラ等価線図(2005年4月1日時点)

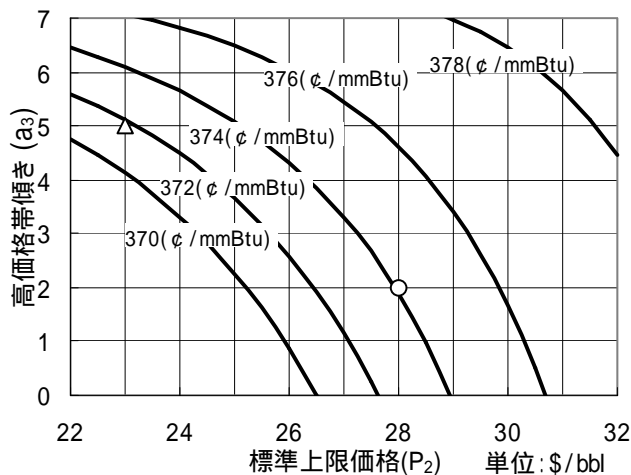


図6. 価格フォーミュラ等価線図(2003年8月1日時点)

5. まとめと今後の課題

本研究においては、LNG価格フォーミュラの市場価値をLNGスワップ価格と定義し、その評価方法を示した。そして、実際の市場データを用いて試算を行い、試算結果を等価線図に纏めた。その結果、従来は異なる価格フォーミュラの相対比較(何れが安い)は困難であったのに対し、本手法を用いることで、そのときの原油市況にもとづいた相対比較、また、その乖離幅の定量化が可能になることを示した。本研究では屈曲点が2箇所のSカーブフォーミュラを想定したが、屈曲点が4箇所以上のSカーブについても本研究の考え方を適用することは可能である。また、本試算例では標準上限価格と高価格帯傾きを自由変数としたが、それ以外のフォーミュラパラメータ(例えば、標準下限価格や低価格帯傾き)を自由変数として計算し、それらを2軸とした等価線図を描くことも可能である。

本研究結果を応用すれば、異なる二つの価格フォーミュラについて原油デリバティブを活用することでキャッシュフローの乖離を確定できる。2.3に示したとおり各価格フォーミュラを原油デリバティブに分解し、一方のフォーミュラから導出されたデリバティブ群を売り、他方のフォーミュラから導出されたデリバティブ群については買えばよい。取引により確定するフォーミュラ間の乖離額は、本手法に従い算出した市場価値の差異と等しくなる。但し、実際に金融機関が提示するデリバティブ価格にはプレミアムが上乘せされており、本計算値とは厳密に一致しないことに留意すべきである。また、1年先以遠のオプション価格については市場データがないことから計算モデルに強く依存しており、Schwartz⁶⁾が示すように想定モデルの違いによる価格の乖離は無視できない。

今後は、LNG購入契約条項のうち価格以外の条項、例えば量的柔軟性条項の市場価値評価にも取り組み、全ての契約条項を包括したLNG契約の市場価値評価を目指したい。

<参考文献>

- 1)Fesharaki, F. and et al (2004). Evaluating LNG options for the state of Hawaii, Hawaii Energy Policy Forum, Hawaii.
- 2)Black, Fischer and Myron S. Scholes (1973). The pricing of options and corporate liabilities, Journal of Political Economy, 81, 637-654.
- 3)Cox, John C., Stephen A. Ross and Mark Rubinstein (1979). Option Pricing: A Simplified Approach, Journal of Financial Economics 7, 229-263.
- 4)Harrison, J. Michael and Stanley R. Pliska (1981). Martingales and stochastic integrals in the theory of continuous trading, Stochastic Processes and their Applications, 11, 215-260.
- 5)Clewlow, Les and Chris Strickland (1999). Valuing Energy Options in a One-Factor Model Fitted to Forward Prices, Working Paper, University of Technology, Sydney.
- 6)Schwartz, Eduardo S (1997). The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging, Journal of Finance, Vol52, 923-973.